

正交频分复用系统多播资源分配的动态规划算法

李濛^{1,2,3}, 周颢^{1,2,3}, 赵保华^{1,2,3}

(1. 中国科学技术大学计算机科学与技术学院, 230027, 合肥; 2. 网络与交换技术国家重点
实验室, 100876, 北京; 3. 安徽省计算与通讯软件重点实验室, 230027, 合肥)

摘要: 针对现有正交频分复用系统采用多播资源分配算法时效率较低的问题,提出了一种多重描述编码的多播资源分配算法. 首先将系统的功率划分为等长的基本分配单元,之后使用动态规划算法计算每个子载波上的功率分配和用户分配. 该算法可以从全局进行子载波分配和功率分配,从而提高了资源分配的效率,实现了系统总吞吐率的最大化. 由于不需要重复计算相同子问题,因此算法能在很短的时间内完成资源的分配计算. 仿真结果表明,所提动态规划算法可以有效地利用系统资源,使得系统总吞吐率与最优算法计算结果之差小于 2%.

关键词: 多播;子载波分配;正交频分复用;动态规划;多重描述编码

中图分类号: TP393 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)10-0038-05

An Efficient Resource Allocation Algorithm for Multicast Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems

LI Meng^{1,2,3}, ZHOU Hao^{1,2,3}, ZHAO Baohua^{1,2,3}

(1. School of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;
2. State Key Laboratory of Networking and Switching Technology, Beijing 100876, China;
3. Anhui Province Key Laboratory of Software in Computing and Communication, Hefei 230027, China)

Abstract: A resource allocation algorithm based on dynamic programming is proposed to improve the performance of resource allocation for multicast systems of OFDM (orthogonal frequency division multiplexing). The algorithm tries to find the maximum total capacity of the system using the dynamic programming in a global manner after partitioning the available resources into scheduable equal units. Since there is no repeated calculation for sub-problems, the complexity of the algorithm is reduced. Simulation results show that the difference of the total system capacity between the proposed algorithm and the optimal algorithm is within 2%.

Keywords: multicast; subcarrier allocation; orthogonal frequency division multiplexing; dynamic programming; multiple description coding

正交频分复用(OFDM)技术是一种多载波数字调制技术,可提高无线网络的信道利用率. 近年来,随着多媒体通信业务的需求不断增加,OFDM 的应用日趋普及. 在 OFDM 多播网络中进行有效的资源分配,对于提高网络的效率具有重要的意义.

动态的多播 OFDM 资源分配模型主要有两种:

第一种是在确定了传输位数的前提下最小化功率消耗,即边缘自适应(MA)模型;第二种是在确定了功率的限制条件下最大化传输位数,即速率自适应(RA)模型. 文献[1]针对这两种模型,分别提出了分配阶段的最优算法.

RA 模型又可分为两类:第一类是以最大化系

统总速率为目标;第二类是以最小速率最大化为目标.前者追求效率,后者追求公平.针对第一类,文献[2]提出了一种在功率分配前提下的多播资源分配算法;文献[3]对文献[2]算法加以改进,提出在计算最大速率时加入与速率期望有关的权值,以兼顾公平或比例公平的特性;文献[4]针对多个多播组,提出了 OFDM 系统的资源分配算法.针对第二类,文献[5]提出了一种自适应的资源分配算法.文献[6-7]算法介于这两类之间,文献[6]算法在保证每个用户最小速率的前提下,最大化系统总速率,文献[7]算法在保证多播用户最小传输速率的同时,最大化单播用户的总速率.

在文献[2-3,5]中,均假设功率在子载波分配阶段平均分配给每一子载波.由于子载波在分配阶段与位分配阶段是相互制约的,因此将两个阶段分割求解并不能保证分配的有效性.文献[4-7]考虑了连续速率下的资源分配,其中文献[4,7]对组内用户不再进行子载波分配,而且忽略了用户信道状况的多样性,所以在实际应用中作用并不显著.本文针对用户的信道特征,将子载波分配和比特分配相结合,通过动态规划(DP)的方法为多播用户分配子载波,为子载波分配功率,实验结果也证明了此方法具有良好的效果.

1 资源分配模型及已有算法

1.1 资源分配模型

本文采用了文献[3]中的多重描述编码(MDC)的多播 OFDM 传输模型.每个 OFDM 符号上共有 N 个传输子载波,每个子载波发送一个 MDC 描述为多个用户使用,系统中共有 K 个用户.基站(BS)拥有完整的信道状况信息,其需要决定在第 n 个子载波上传输的功率 P_n 和位数 c_n ,同时还需确定每个用户在各个子载波上的分配情况.引入标识向量 $\boldsymbol{p}_{k,n}$,用以描述第 n 个子载波是否分配给第 k 个用户, $\boldsymbol{p}_{k,n}$ 为 1 表示分配成功,反之为 0.不同子载波中的用户增益有所不同,令 $\alpha_{k,n}$ 表示第 k 个用户在第 n 个子载波的增益, $f(c_n)$ 表示在第 n 个子载波上分配 c_n 位所需的功率.这样,若使第 k 个用户能成功地接收到 c_n 位的数据,则在第 n 个子载波需分配的功率

$$P_n \geq \frac{f(c_n)}{\alpha_{k,n}^2} \quad (1)$$

否则第 k 个用户便不能成功接收 c_n 位的数据.为了简化起见,定义第 n 个子载波传输 c_n 位的集合为 $\{0,1,\dots,M\}$.

依据资源分配模型的算法(目标是功率受限),通过为每个子载波合理地分配功率和用户集合,便可求解最大的用户接收的总位数,即总速率 U ,其等于每个子载波上的速率之和 $\sum_k u_k$,相应的数学模型为

$$U = \max_{c_n, \boldsymbol{p}_{k,n}} \sum_k u_k = \sum_k \left[\sum_n c_n \boldsymbol{p}_{k,n} \right] \quad (2)$$

其服从于

$$\frac{f(c_n) \boldsymbol{p}_{k,n}}{\alpha_{k,n}} \leq P_n, \quad \forall k, \quad \forall n \quad (3)$$

$$\sum_n P_n \leq P_{\max} \quad (4)$$

$$P_n \geq 0, \quad \forall n \quad (5)$$

$$\boldsymbol{p}_{k,n} \in \{0,1\}, \quad c_n \in \{0,1,\dots,M\}, \quad \forall k, \quad \forall n \quad (6)$$

$$u_k = \sum_n c_n \boldsymbol{p}_{k,n} \quad (7)$$

1.2 暴力破解算法

暴力破解算法(BF)是一种穷举的最优方法.针对 1.1 节模型,对于第 n 个子载波,共有 2^K 种用户选择方法,对于 N 个子载波则有 $(2^K)^N$ 种子载波分配方法, $(M+1)^N$ 种位分配方法,共有 $(2^K)^N (M+1)^N$ 种方法,对应的时间复杂度为 $O((2^K)^N M^N)$.事实上,针对子载波的信道增益进行排序,那么每个子载波中共有 K 种用户选择方法,对于 N 个子载波则有 K^N 种用户选择方法, $(M+1)^N$ 种位分配方法,因此共有 $K^N (M+1)^N$ 种方法,所以经优化后的时间复杂度为 $O(KM^N)$.

可以看出,暴力破解法优化后的时间复杂度仍随着子载波数的增加呈指数增长,因此其不可行.

1.3 最差信道增益算法

最差信道增益算法(LCG)是将每个子载波分配给所有用户,即 $\boldsymbol{p}_{k,n} = 1, \forall k, \forall n$.每个子载波的功率消耗取决于信道状况最差的用户,即

$$P_n \geq \frac{f(c_n)}{\alpha_{k^*,n}^2}, \quad k^* = \arg \min_k \alpha_{k,n}, \quad \forall n \quad (8)$$

因此,式(2)可简化为位分配问题,再利用文献[3]便可解决位的分配问题.

1.4 分段采用的子载波分配和位分配算法

Suh 等针对暴力破解算法时间复杂度高的问题,提出了一种快速资源分配算法^[3],该算法将资源分配分为两个阶段,即子载波分配阶段和位分配阶段.在前者,基站根据已有子载波的功率分配,为每个子载波选出最大总速率所对应的用户分配,从而

确定子载波分配;在后者,基站根据子载波在分配阶段的分配结果,为每次选出的用户多分配 1 b 时加权功率代价最低的子载波分配 1 b,直至功率用尽或所有子载波的传输位数达到上限容量为止。

较之暴力破解算法和最差信道增益算法,分段采用子载波分配和位分配的算法在时间和性能上均有所提高,但其在子载波分配阶段的功率分配上是事先设定的,使得在为每个子载波平均分配功率时出现局部最优,从而导致子载波分配出现次优分配,进而影响最终结果。

2 动态规划算法

综合第 1 节算法存在的问题,本文提出了一种从全局统筹子载波和功率分配的动态规划(DP)算法,其兼顾了时间性和效率性。

2.1 算法描述

给定连续的子载波区间 $[N_1, N_2]$ 和在此区间上的可用功率 P ,功率步进值为 δ 。为简化起见,假设 P 可被 δ 整除。令 $u(N_1, N_2, P)$ 表示区间 $[N_1, N_2]$ 中分配功率 P 所能获得的最大吞吐率。

将区间 $[N_1, N_2]$ 在 n 处分割,形成 $[N_1, n]$,和 $[n+1, N_2]$ 两个子区间。假设分配在区间 $[N_1, n]$ 上的功率为 P' ,那么在区间 $[n+1, N_2]$ 上的功率为 $P-P'$, n 的取值集合为 $\{N_1, N_1+1, \dots, N_2-1\}$, P' 的取值集合为 $\{0, \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, P\}$ 。

遍历 n 和 P' 可能的取值,求出区间 $[N_1, n]$ 及 $[n+1, N_2]$ 中 n 和 P' 在不同取值下的最大吞吐率值之和 $\max(u(N_1, n, P') + u(n+1, N_2, P-P'))$,选出对应的最大 $u(N_1, n, P') + u(n+1, N_2, P-P')$ 的 n 和 P' 作为区间 $[N_1, N_2]$ 最优划分的 n^* 和 P'^* ,则 $u(N_1, N_2, P) = u(N_1, n^*, P'^*) + u(n^*+1, N_2, P-P'^*)$ 。

$u(N_1, n, P')$ 和 $u(n+1, N_2, P-P')$ 的计算方法与 $u(N_1, N_2, P)$ 相同,值得注意的是, δ 不变。当 $u(N_1, N_2, P)$ 中 $N_1 = N_2$ 时,调用单个子载波的用户分配算法 $A_{\text{OSA}}(P, n)$,该算法在返回功率限定为 P 时的第 n 个子载波上的最大速率和

$$u(N_1, N_2, P) = \begin{cases} \max_{0 \leq P' \leq P, N_1 \leq n < N_2} (u(N_1, n, P') + u(n+1, N_2, P-P')), & N_1 < N_2 \\ A_{\text{OSA}}(P, N_1), & N_1 = N_2 \end{cases}$$

那么式(1)中的问题可表示为 $u(1, N, P_{\text{max}})$ 。

由 $u(N_1, N_2, P)$ 可以看出,计算过程中包含了

重复的子问题,同时 $u(N_1, N_2, P)$ 的最优解是由 $u(N_1, n^*, P'^*)$ 的最优解和 $u(n^*+1, N_2, P-P'^*)$ 的最优解所构成,因此可使用动态规划算法计算 $u(1, N, P_{\text{max}})$ 。

定理 1 在第 n 个子载波中,如果第 k 个用户的子载波增益 $\alpha_{k,n}$ 大于第 k' 个用户的子载波增益 $\alpha_{k',n}$,且若第 k' 个用户被分配了第 n 个子载波,则在最优化的过程中第 k 个用户也应分配第 n 个子载波。

证明 假设第 k 个用户未分配到子载波,设原第 n 个子载波的吞吐率为 R ,第 k' 个用户将分配到的子载波吞吐率为 R' 。由于 $\alpha_{k,n} > \alpha_{k',n}$,显然 $f(c_n)/\alpha_{k',n}^2 \geq f(c_n)/\alpha_{k,n}^2$ 。因此,增加一个用户,不会增加额外的功率要求,会增加传输的位 c_n ,故 $R < R'$ 。定理得证。

根据定理 1 可知,若信道状况较差的用户被分配到第 n 个子载波,信道状况好的用户也会分配到等量的子载波。因此,在给定功率 P 下,第 n 个子载波的用户分配算法如图 1 所示。

```

输入：第 $n$ 个子载波以及在其上分配的功率 $P$ 。
输出：第 $n$ 个子载波的最大吞吐率 $R_{\text{max}}$ 。

1. if  $P=0$  return 0; //若功率为0,返回0
2. else
3.     temp[K] = set of user //temp[K]为用户集合
4.     arrange all elements in temp by  $\alpha_{\text{temp}[K],n}$  in
       descending order //将temp集合按照子载波
       增益进行降序排列(定理1)
5.      $R_{\text{max}} = 0$ ;
6.     for ( $i = K-1; i \geq 0; i--$ )
7.         max_bit =  $(i+1)\min(f^{-1}(P, \alpha_{\text{temp}[i],n}^2), M)$ ;
8.         if max_bit >  $R_{\text{max}}$ 
9.              $R_{\text{max}} = \text{max\_bit}$ ;
10.    end
11. end
12. return  $R_{\text{max}}$ ;

```

图 1 第 n 个子载波的用户分配算法

2.2 算法分析

在 DP 算法中,当 N 和 P_{max} 已知时,算法计算获得的系统总吞吐率与系统设定的功率步进 δ 有关。

定理 2 假设有两种功率步进 δ_1 和 δ_2 ,倘若 $\delta_1 < \delta_2$ 且 $\delta_2 \mid \delta_1$,那么步进 δ_1 经动态规划后的最大总速率 U_1 大于等于步进 δ_2 经动态规划后的最大总速率 U_2 。换言之,将原有步进值进一步分割,可以提高系统的总吞吐率。

证明 因为功率步进 δ_1 的子区间功率集合包含了功率步进 δ_2 的子区间功率集合,所以功率步进 δ_1

的结果包含了功率步进 δ_2 的结果,即 $U_1 \geq U_2$. 定理 2 得证.

由定理 2 可知,减少功率增加的步长可以提高 DP 算法的效率,但同样也会使计算开销增大. 当 δ 减小到一定程度时,DP 算法的结果一定是最优的. 在实际应用中,通过经验可设定算法中功率步长的实际增量,或设定步长增量在 $P_{\max}$ 中所占比例,来提高算法的灵活性,使得算法同 $P_{\max}$ 相互独立.

由图 1 可知,单个子载波的用户分配算法的时间复杂度为 $O(K \ln K)$,而 DP 算法的时间复杂度为 $O(N^3 P^2)$,因此 DP 算法的总时间复杂度为 $O(N^3 P^2 + NPK \ln K)$,可见 DP 算法将问题求解时间缩短至多项式时间.

3 实验结果与分析

实验中采用了 M-QAM 调制方式,因此式(3)的 $f(c_n)$ 可以表示为

$$f(c_n) = -\frac{P_0}{3} \left[Q^{-1} \left(\frac{B_e}{4} \right) \right]^2 (2^{c_n} - 1) \quad (9)$$

式中: B_e 为误比特率; P_0 为加性噪声的单边功率^[8];

$$Q(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt \quad (10)$$

由于 $Q(x)$ 计算繁琐,因此用文献[9]中的拟合计算可以得到 $Q(x)$ 的近似值. 简化后的 $f(c_n)$ 为

$$f(c_n) = -\frac{2P_0}{3} \ln(5B_e) (2^{c_n} - 1) \quad (11)$$

根据式(3)有

$$P_n = \frac{f(c_n)}{\alpha_{k^*,n}^2} = \frac{-2P_0 \ln(5B_e) (2^{c_n} - 1)}{3\alpha_{k^*,n}^2} \quad (12)$$

$$k^* = \arg \min_k \alpha_{k,n}, \quad \forall \boldsymbol{p}_{k,n} = 1 \quad (13)$$

由于 P_0 和 B_e 为确定值,令

$$\gamma_n = \frac{2P_0 (-\ln(5B_e))}{3\alpha_{k^*,n}^2} \quad (14)$$

简化后的 P_n 、 c_n 和 γ_n 三者的关系式为

$$P_n = (2^{c_n} - 1) \gamma_n \quad (15)$$

3.1 算法吞吐率随功率变化趋势的比较

利用式(15)计算了 P_n ,为了使穷举算法能够运行,设 c_n 集合中的子载波数 $N=16$,用户数 $K=4$, $P=10 \sim 180$ dB, $c=\{0,1,2\}$.

实验中随机生成 4 个用户,为方便起见,对于第 n 个子载波, γ_n 的取值区间为 $(0,1)$ 且均匀随机分布. 设功率增加的步长为 1 dB,对于文献[3]算法,计算时假设子载波分配阶段的功率平均分配给每一

子载波,而对于 LCG 算法,计算时使用文献[3]的位分配算法.

图 2 是 4 种算法的吞吐率随功率的变化趋势. 由图 2 可见,DP 算法在 $P > 80$ dB 时,系统吞吐率达到了最优,并优于文献[3]算法和 LCG 算法. 这是因为:初始的 δ 过大,DP 算法的计算效率不够理想;当 δ 减小到 δ^* ,DP 算法达到最优解,计算结果达到最佳. 若以百分率划分,本文实验中 δ^* 约为 $0.0125 P_{\max}$. 最优的 DP 算法在 $P > 180$ dB 时,系统速率会维持恒定. 这是因为,所有用户均以最大速率分配子载波,此时系统达到了饱和. 经测试,文献[3]算法在 $P \approx 380$ dB 时达到最优.

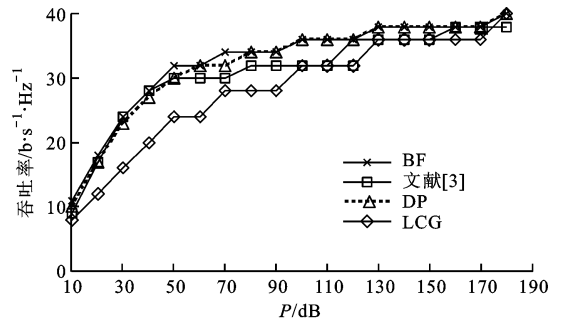


图 2 4 种算法吞吐率随功率变化的趋势

DP 算法是以全局进行分配的,因此其吞吐率正比于系统可用功率,而文献[3]在功率较高时,效果不如 LCG 算法. 较之文献[3]算法,DP 算法在 $P=50 \sim 180$ dB 时,系统吞吐率提高了约 5.50%, DP 算法与其最优的系统平均吞吐率仅相差约 1.96%,十分接近最优解.

图 3 是 BF 算法、文献[3]算法和 DP 算法以图 2 结果计算 100 次的计算时间比较. 由图 3 看出,DP 算法的计算时间正比于 P ,若 δ 固定在 $0.0125 P_{\max}$,计算时间约 20 倍于文献[3]算法,是 BF 算法的 $1/1\,000$,这在时间和效率的均衡上达到了良好的结果.

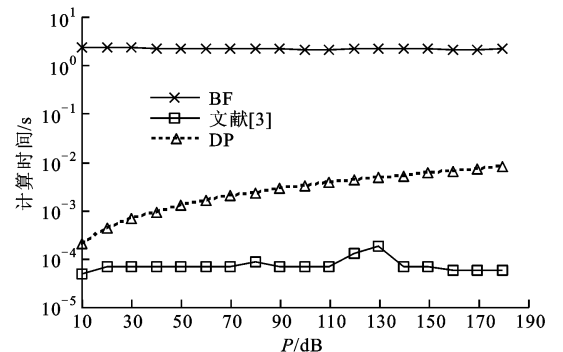


图 3 3 种算法计算时间比较

3.2 算法吞吐率随用户数变化趋势的比较

本节对比了 LCG 算法、DP 算法和文献[3]算法的系统吞吐率随用户个数变化的趋势. 实验中采用式(3)进行了计算,并引入了参数 γ_n ,其他参数如下: $N=16$, $c=\{0,1,2,3,4,5\}$, $K=10\sim 26$, $P=30\text{ dB}$.

用户数在 $10\sim 26$ 范围内随机生成,其他各项参数同 3.1 节,用户在各子载波的状况随机生成. 图 4 显示了 LCG 算法、文献[3]算法及 DP 算法经 100 次计算后的系统平均吞吐率随用户数变化的趋势.

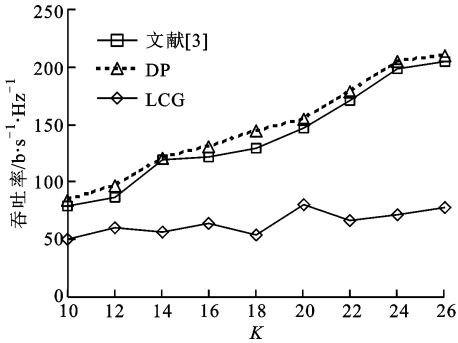


图 4 3 种算法吞吐率随用户数变化的趋势

由图 4 看出:由于 LCG 算法受制于最差用户的信道状况,因此增加用户数,其吞吐率并非一定提高;DP 算法能够有效地分配资源,所以其系统速率得以提高. 较之文献[3]算法,DP 算法的系统吞吐率增加了约 4.54%. 在其他的功率及子载波下,3 种算法的系统吞吐率随用户数变化的趋势与图 4 结果类似.

4 结束语

本文提出了一种高效的基于 OFDM 的多播子载波分配算法,其可避免资源分配过程中将子载波分配和位分配分离使用而产生的弊端,避免出现暴力破解算法对于子问题重复计算的情况. 实验结果也证明了本文方法具有良好的分配效果.

参考文献:

[1] CAMPELLO J. Discrete bit loading for multicarrier modulation systems[D]. Stanford, CA, USA: Stanford University, 1997.

[2] SUH C H, HWANG C S. Dynamic subchannel and bit allocation multicast OFDM systems [C] // 15th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004: 2102-2106.

[3] SUH C H, MO J H. Resource allocation for multicast services in multicarrier wireless communication [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(1): 27-31.

[4] LIU Juan, CHEN Wei, CAO Zhigang, et al. Dynamic power and sub-carrier allocation for OFDMA-based wireless multicast systems [C] // 2008 IEEE International Conference on Communications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 2607-2611.

[5] BAKANOGU K, WU Mingquan, LIU Hang, et al. Adaptive resource allocation in multicast OFDMA systems [C/OL] // 2010 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE. [2010-01-12]. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5506213.

[6] TIAN Lin, PANG Di, YANG Yubo, et al. Subcarrier allocation for multicast services in multicarrier wireless systems with QoS guarantees [C/OL] // 2010 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE. [2010-01-12]. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5506421.

[7] SHEN Jun, YI Na, WU Bo, et al. A greedy-based resource allocation algorithm for multicast and unicast services in OFDM system [C] // International Conference on Wireless Communications and Signal Processing. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1-5.

[8] ZHANG Dongmei, XU Youyun, CAI Yueming. High efficiency algorithm of power and bit allocation for OFDMA system [J]. Journal on Communications, 2008, 29(4): 108-113.

[9] GOLDSMITH A J, CHUA S G. Variable-rate variable-power MQAM for fading channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 1997, 45(10): 1218-1230.

(编辑 苗凌 武红江)